



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
**«Институт автоматки и процессов управления
Дальневосточного отделения Российской академии наук»**
(ИАПУ ДВО РАН)

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель направления
подготовки аспирантов 27.06.01
«Управление в технических системах»

 А.В. Лебедев

«14» август 2014 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора по научно-
образовательной и инновационной
деятельности, д.ф.-м.н.

 Н.Г. Галкин



2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)

Избранные главы высшей математики

**Направление подготовки 27.06.01 – «Управление в технических системах»,
Профиль «Системный анализ, управление и обработка информации»
Образовательная программа «Системный анализ, управление и обработка информации»**

Форма подготовки (очная)

Институт автоматки и процессов управления ДВО РАН (ИАПУ ДВО РАН)
Междисциплинарная кафедра подготовки кадров высшей квалификации (МК ПКВК)

курс 2 семестр 4
лекции 36 час. / 1.0 з.е.
практические занятия – 18 час. / 0.5 з.е.
лабораторные работы – нет
всего часов аудиторной нагрузки 54 (час.) / 1.5 з.е.
самостоятельная работа 54 (час.) / 1.5 з.е.
контрольные работы не предусмотрены
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены
зачет не предусмотрен
экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 № 892.

Рабочая программа обсуждена на заседании МК ПКВК, протокол № 1 от «14» август 2014 г.

Заведующий (ая) кафедрой: д-р физ.- мат. наук, профессор Н.Г. Галкин

Составитель (ли): д-р тех. наук, зам. директора по научной работе А.В. Лебедев.

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

(И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Избранные главы высшей математики» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе Системный анализ, управление и обработка информации и входит в вариативную часть учебного плана.

При разработке рабочей программы учебной дисциплины использованы Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, учебный план подготовки аспирантов по профилю «Системный анализ, управление и обработка информации».

Цель:

Целью дисциплины является изучение некоторых разделов высшей математики, необходимых для успешного освоения специальных дисциплин аспирантского плана подготовки.

Задачи:

1. Приобретение знаний в теории бинарных отношений.
2. Изучение основ функционального анализа.
3. Изучение основ алгебраических систем.

Интерактивные формы обучения составляют 18 часов и включают в себя диспуты, проблемные лекции и практические занятия.

Компетенции выпускника, формируемые в результате изучения дисциплины:

Общепрофессиональные компетенции:

- владение научно-предметной областью знаний (ОПК-5),

Профессиональные компетенции:

- способность применять на практике знания о методах и средствах проектирования систем управления техническими объектами, формулировать выводы и практические рекомендации на основе проводимых научных исследований (ПК-3).

Требования к уровню усвоения содержания дисциплины.

Аспиранты должны приобрести следующие знания и умения:

- **знать:** научно-предметную область знаний в части управления техническими системами, современные методы описания технических объектов математическими моделями и программные средства для их исследования;

- **уметь:** использовать методы и технологии управления техническими системами, описывать технические объекты математическими моделями и применять программные средства для их исследования.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ

КУРСА (36 ЧАС.)

МОДУЛЬ 1. Бинарные отношения (12 час.)

Раздел I. Основы теории множеств (4 час.)

Тема 1. Основные операции над множествами (1 час).

Интуитивное определение множества, операции над множествами – объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, декартово произведение.

Тема 2. Отображения и их свойства (1 час).

Определение отображения, виды отображений – взаимнооднозначное, отображение «на», биективное отображение. Композиция отображений.

Тема 3. Понятие мощности множества (2 час.).

Теорема о конечных множествах. Определение мощности множества. Счетные и континуальные множества, примеры.

Проблемные вопросы. Как можно объяснить то, что интуитивная теория множеств содержит парадоксы? Как можно интерпретировать композицию отображений? В каком смысле дуальны взаимнооднозначное отображение и отображение «на»?

Диспут на тему: существуют ли множества, промежуточные между счетными и континуальными?

Раздел II. Основные бинарные отношения (8 час.)

Тема 1. Определения, основные свойства, операции над бинарными отношениями. (2 час.)

Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, асимметричность, антисимметричность, транзитивность.

Тема 2. Отношение толерантности, примеры. (2 час.)

Определение отношения толерантности через его свойства – рефлексивность и симметричность. Классы толерантности.

Тема 3. Отношение эквивалентности, примеры. (2 час.)

Определение отношения эквивалентности через его свойства – рефлексивность, симметричность и транзитивность. Классы эквивалентности. Разбиения.

Тема 4. Отношение частичного порядка, примеры. (2 час.)

Определение отношения частичного порядка через его свойства. Сравнение разбиений.

МОДУЛЬ 2. Элементы функционального анализа (16 час.)

Раздел I. Топологические и метрические пространства (4 час.)

Тема 1. Топологические пространства. (2 час.)

Определение топологические пространства, основные свойства.

Тема 2. Метрические пространства. (2 час.)

Определение метрики через аксиомы. Открытые и замкнутые множества, замыкание. Сходимость и полнота. Неподвижные точки.

Раздел II. Линейные пространства (12 час.)

Тема 1. Определение линейного пространства. (2 час.)

Определение линейного пространства через аксиомы. Линейная независимость, базис.

Тема 2. Фактор-пространство. (2 час.)

Определение фактор-пространства, классы смежности. Линейные функционалы и операторы.

Тема 3. Норма, примеры. (4 час.)

Определение нормы через аксиомы. Примеры нормированных пространств. Банахово пространство.

Тема 4. Скалярное произведение. (4 час.)

Определение скалярного произведения через аксиомы, примеры. Гильбертово пространство. Теорема об ортогонализации.

МОДУЛЬ 3. Алгебраические структуры (8 час.)

Раздел I. Теория групп (4 час.)

Тема 1. Полугруппы. (2 час.)

Определение полугруппы через аксиомы. Примеры полугрупп. Полугруппа подстановок, ее значение.

Тема 2. Группы, основные теоремы. (2 час.)

Определение группы через аксиомы. Разложение группы по подгруппе, фактор-группа. Теорема о гомоморфизме групп. Определение циклической группы, примеры. Теорема Лагранжа для циклических групп.

Диспут на тему: почему теория групп занимает одно из центральных мест в математике?

Проблемные вопросы. Как построить полугруппу подстановок для заданного множества? Сформулировать основные шаги в доказательстве теоремы о гомоморфизме групп. Доказать, что если число элементов в конечной группе является простым, то она является простейшей циклической группой.

Раздел II. Теория кодирования (4 час.)

Тема 3. Теория групп и теория кодирования. (4 час.)

Приложения теории групп в теории кодирования. Основные понятия теории кодирования. Кодовое расстояние.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ

КУРСА (18 час.)

Практические занятия

Занятие 1. Анализ заданных бинарных отношений. (2 час.)

1. Выявление свойств заданных бинарных отношений.
2. Построение классов толерантности или эквивалентности.

Проблемные вопросы. Дайте графическую интерпретацию свойств рефлексивность, симметричность, асимметричность, антисимметричность, транзитивность. Как объяснить, что классы толерантности могут пересекаться? Как объяснить, что классы эквивалентности не могут пересекаться? Каким аксиомам удовлетворяет отношение строгого порядка?

Занятие 2. Минимизация конечного автомата. (2 час.)

1. Построение последовательности разбиений состояний.
2. Построение таблицы переходов минимальной модели.

Занятие 3. Анализ свойств заданных бинарных отношений. (2 час.)

1. Построение классов вычетов по модулю простого и составного чисел и их анализ.
2. Анализ свойств операций над заданными бинарными отношениями.

Занятие 4. Доказательство простых теорем. (2 час.)

1. Теорема о замкнутых и открытых множествах.
2. Теорема о фактор-пространстве.
3. Теорема о нормированных и метрических пространствах.
4. Теорема о пространствах со скалярным произведением и нормированных пространствах.

Проблемные вопросы. Что необходимо использовать для доказательства теоремы о непрерывности отображений топологических пространств? Что необходимо использовать для доказательства того, что метрическое пространство является топологическим? Доказать, что кодовое расстояние удовлетворяет аксиомам метрического пространства.

Занятие 5. Определение характеристик заданной матрицы (2 час.)

1. Определение ранга матрицы.
2. Определение собственных чисел и векторов.
3. Построение канонической формы Жордана.

Проблемные вопросы. Как получить формулы связи между различными базисами в трехмерном пространстве? Что необходимо использовать для доказательства того, что фактор-пространство L/L^* является линейным пространством? Как доказать, что если в некотором семействе векторов они попарно ортогональны, то они линейно независимы?

Занятие 6. Построение группы по заданному отношению. (2 час.)

1. Определение элементов группы.
2. Построение таблицы умножения.

Проблемные вопросы. Как построить полугруппу подстановок для заданного множества? Сформулировать основные шаги в доказательстве теоремы о гомоморфизме групп. Доказать, что если число элементов в конечной группе является простым, то она является простейшей циклической группой.

Занятие 7. Моделирование работы кодера и декодера, построенных на основе теории линейных кодов. (2 час.)

1. Моделирование работы кодера для заданной кодируемой последовательности.
2. Моделирование работы декодера для заданной декодируемой последовательности.
3. Моделирование работы декодера при исправлении ошибок.

Занятие 8. Доказательство простых теорем. (4 час.)

1. Теорема Лагранжа о конечных группах.
2. Теорема о циклических группах.
3. Теорема об обратимых элементах кольца.

III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

ПЕРЕЧЕНЬ ТИПОВЫХ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ

1. Бинарные отношения, операции над ними.
2. Отношение толерантности. Классы толерантности.
3. Отношение эквивалентности. Классы вычетов по mod n .

4. Разбиения, их основные свойства. Минимизация конечных автоматов.
5. Отношение частичного порядка. Операции над разбиениями.
6. Топологические пространства.
7. Доказать теорему о непрерывности отображений топологических пространств.
8. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве, их основные свойства.
9. Доказать, что объединение произвольного числа открытых множеств и пересечение их конечного числа также является открытым множеством.
10. Линейные пространства, основные понятия.
11. Доказать, что фактор-пространство L/L^* является линейным пространством.
12. Нормированные пространства. Доказать, что нормированные пространства являются метрическими пространствами.
13. Пространства со скалярным произведением. Доказать, что если в некотором семействе векторов они попарно ортогональны, то они линейно независимы.
14. Евклидовы пространства. Теорема об ортогонализации.
15. Полугруппы. Основные понятия. Полугруппа подстановок.
16. Группы. Разложение группы по подгруппе.
17. Циклические полугруппы. Доказать, что если число элементов в конечной группе является простым, то она является простейшей циклической группой.
18. Кольцо, идеал кольца, фактор-кольцо. Доказать, что обратимый элемент в кольце не может быть делителем нуля.
19. Поле, основные понятия и свойства.

IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(печатные и электронные издания)

1. Успенский В.А. Вводный курс математической логики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 125 с.
2. Канторович Л.В. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977.–741 с.
3. Курош А.Г. Теория групп [Электронный ресурс]/ Курош А.Г.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.— 805 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12902>.
4. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс]/ Колмогоров А.Н., Фомин С.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.— 570 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12896>.
5. Ершов Ю.Л. Математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ершов Ю.Л., Палютин Е.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.— 356 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12884>.
6. Тюрин С.Ф. Дискретная математика. Практическая дискретная математика и математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Тюрин С.Ф., Аляев Ю.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Финансы и статистика, 2012.— 384 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12429>.

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

7. Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп / под ред. М.А. Арбиб. – М.: Статистика, 1975. – 335 с.
8. Владимиров Д.А. Булевы алгебры. – М.: Наука, 1969. – 318 с.
9. Ведерников В.А. Элементы теории групп [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ведерников В.А., Демина Е.Н.— Электрон. текстовые

данные.— М.: Московский городской педагогический университет, 2013.— 124 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26668>.

10. Яковенко Г.Н. Теория управления регулярными системами [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Яковенко Г.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.— 265 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12270>.

11. Сидельников В.М. Теория кодирования [Электронный ресурс]/ Сидельников В.М.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.— 323 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17468>.

12. Успенский В.А. Вводный курс математической логики [Электронный ресурс]/ Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 126 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17196>.

13. Треногин В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебник/ Треногин В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 488 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16289>.

14. Треногин В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.— 240 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17233>.